IND 1603 - Gerência Financeira

Capítulo 2 - Valor Presente e o Custo de Oportunidade do Capital

Neste capítulo estaremos interessados em calcular valores presentes (e futuros) e vamos aprender como “andar” para frente e para trás com o dinheiro.

Para quem (como eu!) viveu num país em que a inflação mensal chegou a mais de 80%, a idéia de que o dinheiro tem um valor diferente dependendo de qual instante de tempo está sendo considerado é de uma obviedade absoluta! Nesta situação, o dinheiro guardado embaixo do colchão terminaria o mês valendo apenas 20% de seu valor inicial!

Entretanto, em países de inflação baixa, a noção do dinheiro que perde valor ao longo do tempo não é tão dramaticamente real.

Valor Presente – Introdução

A idéia básica é: um real hoje vale mais que um real amanhã, pois:

- o dinheiro de hoje pode ser imediatamente investido e passa a começar a receber juros.
- as pessoas preferem o consumo no presente ao consumo no futuro, e portanto para convencê-las a desistir do consumo no presente você precisa oferecer mais a elas no futuro.
- Se existe inflação, o valor da moeda decresce no tempo, e quanto maior a inflação, menor o valor de R$1 no futuro.
- Se existe incerteza quanto ao recebimento de um valor no futuro, menor o valor deste dinheiro hoje. *Um dólar incerto vale menos que um dólar a ser recebido com certeza no futuro*.

Para simplificar, estaremos supondo inicialmente que o dinheiro será recebido (ou pago) num único período futuro (por exemplo, daqui a um ano).

Suponha que C_0 é uma quantidade de dinheiro hoje. Quanto vale esta mesma quantia daqui a um ano, se a taxa de juros vigente é r? A resposta é o **valor futuro** (ou valor composto) de C_0, dado por:

$$FV = C_0.(1+r)$$

Suponha que C_1 é uma quantia a ser recebida num instante futuro 1 (por exemplo, daqui a um ano).

Então, o **valor presente** de C_1 é:

$$PV = \frac{C_1}{1+r}$$

$\frac{1}{1+r}$ é chamado de **Fator de Desconto**, e r indica uma taxa de retorno (o "prêmio" que um investidor aceita receber por aceitar a postergação de um pagamento).

Esta taxa de atualização é determinada a partir das rentabilidades vigentes na economia. Se o fluxo futuro for totalmente certo, a taxa de atualização será a taxa de juros livre de risco (por exemplo, a taxa paga por um título do governo dos EUA).

Se os fluxos futuros forem incertos, o fluxo de caixa futuro esperado deve ser atualizado pela taxa paga por títulos com risco e retorno equivalentes. Na verdade, diante de uma incerteza com relação a um fluxo futuro, o investidor poderá requerer uma taxa maior que a taxa de juros livre de risco (pois afinal, existe risco no projeto, que deverá ser remunerado de alguma maneira...).

Para calcular o Valor Presente, nós descontamos pagamentos (ou recebimentos) futuros usando uma taxa de retorno que é oferecida por investimentos comparáveis. Esta taxa exigida pelo investidor é freqüentemente conhecida como: **taxa de desconto, taxa mínima de rentabilidade, custo de oportunidade do capital ou "hurdle rate"**.

A taxa de desconto é a taxa na qual fluxos de caixa futuros e atuais são trocados (isto é, são indiferentes para o investidor). Ela deve incorporar:

- A preferência pelo consumo no presente (ao invés do consumo no futuro)
- A inflação esperada
- A incerteza com relação aos recebimentos futuros.

Por que o nome "custo de oportunidade do capital"?
Porque é o retorno que o investidor deixa de receber por investir num projeto (ao invés de aplicar o dinheiro imediatamente num ativo financeiro).

Por que descontar um fluxo de caixa (ou trazê-lo a valor presente)?

Fluxos de caixa em diferentes instantes não podem ser diretamente comparados, todos os fluxos devem ser colocados no mesmo instante de tempo, para podermos compará-los e adicioná-los.

Valor Presente Líquido (NPV = net present value)

É a soma dos fluxos de caixa de um projeto, todos eles trazidos a valor presente. Em outras palavras, é a diferença entre o valor descontado dos fluxos de caixa futuros e o montante de investimento inicial.

Por exemplo, se um investimento envolve apenas dois fluxos, C_0 e C_1, relativos aos instantes 0 (agora) e 1(daqui a um ano), o NPV deste projeto é:

$$NPV = C_0 + \frac{C_1}{1+r} \tag{2.1}$$

Geralmente C_0 é um número negativo, indicando um desembolso de dinheiro agora.

Uma possível regra de decisão é: aceitar um projeto se NPV > 0.

Exemplo 2.1.
Você trabalha como analista financeiro de uma empresa e está avaliando o seguinte projeto: comprar um imóvel por R$ 85000 sabendo (com certeza absoluta) que ele valerá R$ 91000 daqui a um ano.

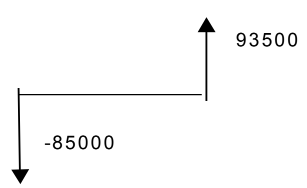
Você deve ou não recomendar a compra do imóvel?

A resposta é: depende!

Da maneira como a pergunta foi formulada, falta uma informação essencial para você resolver o problema, a saber: qual é a taxa de desconto apropriada?

Suponha que, se você pode aplicar o dinheiro no banco a uma taxa de 10% anuais. A compra do terreno é ainda um bom negócio? Vamos olhar para as seguintes opções:

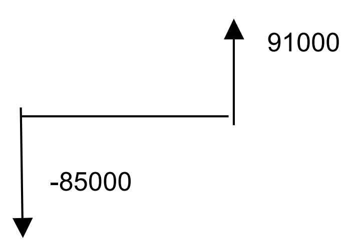
a) Você aplica os R$ 85000 no banco. O fluxo de caixa correspondente é:



Daqui a um ano, você vai receber 85000*(1+10%) = 85000(1.1) = R$ 93500

b) Você recomenda a compra do imóvel.

O fluxo de caixa correspondente é:



Agora a decisão é óbvia: aplique o dinheiro no banco, pois daqui a um ano você terá COM CERTEZA R$ 2500 a mais do que se tivesse investido no imóvel.

Se você tivesse pensado em termos dos valores no instante atual, a decisão seria a mesma, pois o VP de R$ 93500 (em t =1) é R$ 8500) hoje, enquanto o VP de R$91000 (daqui a um ano) é R$ 91000/(1.1) = R$ 82727 (ignorando os centavos).

O NPV (valor presente líquido) do projeto "compra do imóvel" é (ignorando os centavos):

$$NPV = -85000 + \frac{91000}{(1.1)} = -85000 + 82727 - 2273$$

Ou seja, o **NPV do projeto "compra de imóvel" é negativo**. De acordo com a regra de decisão já anunciada, o projeto só será aceito se o NPV for positivo, e assim o projeto "compra de imóvel" deverá ser descartado, pois não satisfaz esta regra básica.

E se a taxa de juros fosse 5%, você ainda tomaria a mesma decisão?

Taxas de Retorno e Valores Presentes

O retorno de um investimento é:

$$\text{Retorno} = \frac{\text{lucro}}{\text{investimento}}$$

Por exemplo, se hoje um investimento vale R$ 350 mil e daqui a um ano valerá R$ 400 mil, o retorno é (400-350)/350 = 14%.

O custo do capital investido é o retorno que deixamos de receber por não aplicar o dinheiro num ativo financeiro.

Custo de Oportunidade do Capital

Existem duas regras de decisão equivalentes para sabermos se devemos entrar ou não num investimento (ou projeto):

- *Regra do NPV*: aceitar investimentos com NPV > 0.
- *Regra da taxa de retorno:* aceitar investimentos que ofereçam taxas de retornos superiores ao custo de oportunidade.

Tipos de Fluxos de Caixa

A seguir iremos apresentar cinco tipos de fluxos de caixa. A combinação destes tipos nos permitirá modelar problemas complexos, e estes tipos básicos serão os tijolos com os quais iremos construir nossos modelos financeiros. Os tipos básicos de fluxos de caixa são:

- Fluxos de caixa simples
- Anuidades
- Anuidades Crescentes
- Perpetuidades
- Perpetuidades Crescentes

Fluxo de Caixa Simples

É um único fluxo a ser recebido numa data futura especificada. A notação usada nos diagramas que representam fluxos de caixa é sempre: “seta para cima” indicando dinheiro recebido, e “seta para baixo” indicando dinheiro gasto ou investido.

O valor presente deste fluxo é apenas:

$$PV = \frac{CF_t}{(1+r)^t} \tag{2.2}$$

Suponha agora que temos um fluxo de caixa CF_0 . No instante t, o valor futuro deste fluxo será:

$$FV = CF_0(1+r)^t \tag{2.3}$$

O processo de deixar o dinheiro no mercado e emprestá-lo por mais um ano é chamado de **composição**.

Quando consideramos **juros compostos**, a cada período os juros são reinvestidos, o que leva à expressão (2.3), e podemos considerar que o dinheiro gerado pelos juros a cada período “gera” mais dinheiro. Quando falamos de **juros simples, os juros não são reinvestidos.** A diferença, nos dois casos, pode ser dramática, especialmente quando estamos tratando de muitos períodos de investimento. Basicamente, em termos matemáticos, quando falamos de juros simples estamos nos referindo a uma PA (progressão aritmética), enquanto os juros compostos representam uma PG (progressão geométrica).

Exemplo 2.2.
Você tem R$ 10000 hoje e aplica a uma taxa de 10% ao ano. Quando você deverá receber daqui a 5 anos se:

a) Os juros são simples
b) Os juros são compostos

Solução
No primeiro caso você recebe 10% de R$ 10000 = R$ 1000 a cada ano, e este valor não muda.
Portanto, ao final de 5 anos você receberá: 1000(1+5r)=10000(1+5(0.1))=1.5(10000) = R$ 15000.

Se agora os juros são compostos, você receberá ao final de 5 anos:

$$10000(1+0.1)^5 = 10000(1.61051) = R\$16105.10$$

Ou seja, uma diferença de (0.11051) reais para cada R$ 1 investido. Imagine se você tivesse aplicado R$ 10 milhões ao invés de R$ 10 mil – a diferença não seria nada desprezível, não é mesmo?

Cálculo do Valor Presente de uma seqüência de fluxos de caixa simples

Suponha que desejamos calcular o PV de um fluxo que fornece R$ C_1 após o primeiro ano e R$ C_2 ao final do segundo ano.

O PV deste fluxo é:

$$PV = \frac{C_1}{(1+r_1)} + \frac{C_2}{(1+r_2)^2}$$ onde r_1 e r_2 são duas taxas de juros, a princípio diferentes.

Esta expressão pode ser facilmente estendida para o caso de n fluxos de caixa nos períodos 1, 2, ...n, o que leva a:

$$PV = \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{(1+r_i)^i} \tag{2.4}$$

Na expressão (2.4) estamos supondo que as taxas de juros são diferentes. No caso de uma mesma taxa válida para todos os períodos, a expressão é simplificada e torna-se:

$$PV = \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{(1+r)^i} \tag{2.5}$$

Se todos os fluxos futuros são iguais e a taxa de juros é a mesma para todos os períodos, (2.5) pode ser escrito como uma progressão geométrica, a saber:

$$PV = \sum_{i=1}^{n} \frac{C}{(1+r)^i} = C\sum_{i=1}^{n} x^i = C.\left(x + x^2 + \ldots + x^n\right) = C\left\{\frac{x\left(1-x^n\right)}{1-x}\right\} \tag{2.6}$$

onde $x = \frac{1}{1+r}$

Este tipo de fluxo é chamado de *anuidade*.

É fácil provar que (2.6) pode ser reescrito como:

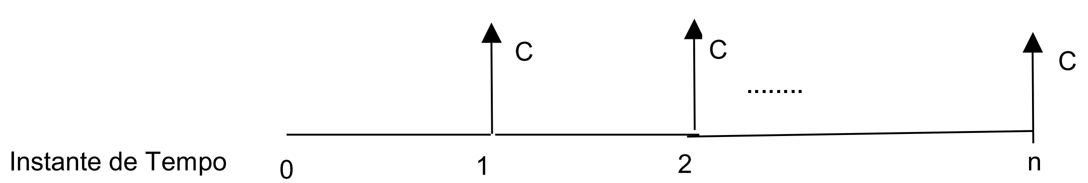
$$PV = C\left\{\frac{1}{r}\left(1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)^n\right)\right\} \tag{2.7}$$

O NPV (valor presente líquido) do fluxo de caixa (2.4) quando há um fluxo no instante atual (instante 0) é:

$$NPV = C_0 + \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{(1+r_i)^i} \tag{2.8}$$

Anuidade

É um fluxo de caixa constante que ocorre em intervalos regulares de tempo durante um período fixo (e FINITO) de tempo.



Por exemplo, suponha que o valor de R$ C é pago nos instantes 1, 2, 3, ..., n. Então, o valor presente deste fluxo é dado pela equação (2.6).

Por (2.6) e (2.7) sabemos que o PV de uma anuidade é:

$$PV = C\left\{\frac{1}{r}\left(1-\left(\frac{1}{1+r}\right)^n\right)\right\} = \frac{C}{r}\left\{1-\left(\frac{1}{1+r}\right)^n\right\} = C.\left\{\frac{1}{r}-\frac{1}{r(1+r)^n}\right\} = \frac{C}{r}\left\{\frac{(1+r)^n-1}{(1+r)^n}\right\} \quad (2.9)$$

Exemplo 2.3.
O valor presente de uma anuidade que paga R$ 1000 pelos próximos 5 anos, a uma taxa de desconto de 10% a.a. é:

$$PV = \frac{C}{r}\left\{1-\left(\frac{1}{1+r}\right)^n\right\} = \frac{1000}{0.1}\left\{1-\left(\frac{1}{1+0.1}\right)^5\right\} = 10000\left\{1-\left(\frac{1}{1.1}\right)^5\right\} = 10000\{1-0.6209\} = 3791$$

Exemplo 2.4.
Você quer ter o equivalente hoje a R$ 1,000,000 daqui a 25 anos. Suponha que a taxa de juros é 10% a.a. Suponha que você decide poupar a mesma quantia todos os anos. Quanto dinheiro você deve poupar por ano para alcançar o seu objetivo?
Solução
Basicamente, você está tratando de uma anuidade com valor presente de R$ 1 milhão e tem que poupar uma quantia R$ C (a determinar) à taxa de juros de 10% ao ano.

O fluxo de caixa desta anuidade é (note que a primeira contribuição é feita no ano t =1, e não agora (ano zero):

$$PV = 1000000 = \frac{C}{r}\left\{1-\left(\frac{1}{1+r}\right)^n\right\} = \frac{C}{0.1}\left\{1-\left(\frac{1}{1+0.1}\right)^{25}\right\} = 10C\left\{1-\left(\frac{1}{1.1}\right)^{25}\right\} = 10C\{0.9077\} = 9.07704C$$

$$\Leftrightarrow C = R\$110{,}168.07$$

Ou seja, é uma quantia substancial a ser poupada por ano, para garantir que daqui a 25 anos você seja tão milionário quanto alguém que tem HOJE R$ 1 milhão! Mas, note que a quantia C é fixa, então o valor da sua contribuição daqui a 25 anos será (em termos reais), substancialmente mais baixo do que é hoje.

Exemplo 2.5.
Quanto você tem que poupar por ano para ter R$ 1,000,000 daqui a 25 anos sabendo que a taxa de juros é 10% ao ano?
Solução
Note que o problema parece o mesmo que o anterior, mas há uma diferença fundamental: o milhão de reais é uma quantia a ser recebida daqui a 25 anos (e que naturalmente não significa a mesma coisa que um milhão hoje!). A conta, neste caso, é bem mais simples. Imagine que você comece a poupar no ano 1 (e não agora, no ano 0). O fluxo de caixa é:

R$C aplicados em t =1 e acumulados por 24 anos

R$C aplicados em t =2 e acumulados por 23 anos
R$C aplicados em t =3 e acumulados por 22 anos
.....
R$C aplicados em t =24 e acumulados por 1 ano
R$C aplicados em t = 25 (sem acumulação)

$$1{,}000{,}000 = C(1.1)^{24} + C(1.1)^{23} + C(1.1)^{22} + ... + C(1.1) + C =$$
$$= C\left\{1 + (1.1) + (1.1)^2 + ... + (1.1)^{24}\right\} = C\left\{\frac{1-(1.1)^{25}}{1-1.1}\right\} = C\left\{\frac{- -9.834705943}{-0.1}\right\} = -98.34705943C$$
$$\Leftrightarrow C = \frac{1{,}000{,}000}{98.347} = R\$10{,}168 \text{ aproximadamente}$$

Ou seja, se você aplicar cerca de R$ 10 mil por ano, terá R$ 1 milhão daqui a 25 anos, mas tem que se lembrar que o R$ 1 milhão será o valor daqui a 25 anos, que vale menos que o R$ 1 milhão de hoje.

Em tempo: considerando a mesma taxa de 10% ao ano, quanto vale **hoje** o milhão que você vai receber daqui a 25 anos? A resposta é simples:

$$VP = \frac{1{,}000{,}000}{(1.1)^{25}} = R\$92296 \text{ aproximadamente}$$

Ou seja, para conseguir o mesmo milhão daqui a 25 anos, você poderia alternativamente aplicar R$ 92,296 hoje a 10% ao ano, e esquecer da vida, sem fazer qualquer contribuição adicional.

Podemos escrever a expressão (2.9) como:

$$PV = C\left\{\frac{1}{r}\left(1-\left(\frac{1}{1+r}\right)^n\right)\right\} = \frac{C}{r}\left\{1-\left(\frac{1}{1+r}\right)^n\right\} = C.A_r^n$$

O fator A_r^n é chamado de **fator de anuidade**, e freqüentemente está tabelado, pois é uma coisa meio chata de calcular (nem tão chata assim em tempos de computadores facilmente disponíveis....). O fator de anuidade representa o valor presente de R$ 1 por ano durante n anos à taxa de juros r% a.a.

Exemplo 2.6.
João da Silva acaba de ganhar na loteria, e o prêmio é R$ 50,000 por ano durante vinte anos. O primeiro pagamento será recebido daqui a um ano. Esta loteria se chama "loteria do milhão", pois João irá receber 20*(50,000).

Suponha que a taxa de juros é 8% a.a.. Qual o valor presente do dinheiro que João vai receber?

Solução
Pela equação (2.9.)

$$PV = C\left\{\frac{1}{r}\left(1-\left(\frac{1}{1+r}\right)^{n}\right)\right\} = \frac{50000}{0.08}\left\{1-\left(\frac{1}{1.08}\right)^{20}\right\} = 625000\{0.7855\} = R\$490{,}907$$

O que João da Silva faz? Abre um processo contra o estado por propaganda enganosa, já que a loteria é “do milhão”, e não de R$ 490,907!

Exemplo 2.7.
Você compra um carro através de um financiamento. O preço total do carro é R$ 30,000 e você dá uma entrada de R$ 24,000 e paga o restante em 12 parcelas mensais de R$650.

a) Qual a taxa de juros do financiamento?
b) Qual deveria ser a prestação se a taxa de juros fosse de 0.49% a.m.?

Solução

$$PV = C\left\{\frac{1}{r}\left(1-\left(\frac{1}{1+r}\right)^{n}\right)\right\} \Rightarrow 6000 = \frac{650}{r}\left\{1-\left(\frac{1}{1+r}\right)^{12}\right\} \Leftrightarrow \frac{6000.r+650}{(1+r)^{12}} = 650 \Leftrightarrow r = 4.29\%\ a.m.$$

Se a taxa de juros fosse 0.49% ao mês, a prestação seria:

$$6000 = \frac{C}{0.049}\left\{1-\left(\frac{1}{1.0049}\right)^{12}\right\} \Leftrightarrow C = R\$516.07.$$

Anuidade Crescente

Muitas vezes os fluxos de caixa pagos ou recebidos tendem a crescer ao longo do tempo, por causa de crescimento em termos reais ou pela inflação. Uma anuidade crescente é uma seqüência finita de fluxos de caixa crescentes, que crescem da seguinte maneira:

instante	0	1	2	3	4	.....	n
		C	C(1+g)	C(1+g)^2	C(1+g)^3	.....	C(1+g)^(n-1)

Qual o valor presente desta anuidade crescente?

$$VP = \frac{C}{r-g}\left\{1-\left(\frac{1+g}{1+r}\right)^{n}\right\} \qquad (2.10)$$

C é a prestação do primeiro período, r é a taxa de juros, g é a taxa de crescimento percentual e n é o número de períodos da anuidade.

A expressão (2.10) pode ser provada a partir da diferença entre duas perpetuidades crescentes, como mostraremos posteriormente.

Exemplo 2.8.
Você acaba de se formar na faculdade, e seu primeiro salário é de R$ 30,000 por ano. Você espera que o seu salário cresça a uma taxa de 3% ao ano (uma estimativa bastante razoável em termos de Brasil) até a sua aposentadoria, daqui a 35 anos. Usando uma taxa de juros de 20% a.a., qual o VP de todos os salários recebidos ao longo da sua carreira?

Para simplificar a análise, suponha que o salário é recebido anualmente e o primeiro salário é recebido em t =1 (daqui a um ano).

Solução
Pela expressão (2.10):

$$VP = \frac{C}{r-g}\left\{1-\left(\frac{1+g}{1+r}\right)^n\right\} = \frac{30000}{0.17}\left\{1-\left(\frac{1.2}{1.03}\right)^{35}\right\} = 175{,}629.91$$

Perpetuidade

É um fluxo de caixa constante, que ocorre em intervalos regulares, e que se estende infinitamente. Seja C o valor do fluxo, então o valor presente de uma perpetuidade é:

$$PV = \sum_{i=1}^{\infty}\frac{C}{(1+r)^i} = C\sum_{i=1}^{\infty}x^i = C.\left(x+x^2+\ldots\right) = C\left\{\frac{x}{1-x}\right\} = \frac{C}{r} \tag{2.11}$$

O valor presente da perpetuidade é, pela expressão anterior, inversamente proporcional à taxa de juros. A rentabilidade de uma perpetuidade é, pela expressão anterior:

$$r = \frac{C}{PV} \tag{2.12}$$

Quem emite títulos com este fluxo de pagamentos? O governo britânico, por exemplo. Existe um título chamado “consol” que é uma perpetuidade.

Exemplo 2.9.
Você compra um seguro para a sua esposa que promete pagar R$ 12,000 por ano a ela enquanto ela viver. Quanto você deve pagar por este seguro se:

a) A taxa de juros anual é 20%
b) A taxa de juros anual é 10%
c) Se você pagou R$ 95,000 por este produto, qual a taxa de juros?

Solução
Neste caso C = R$ 12,000.

a) PV = 12,000/0.2 = R$ 60,000
b) PV = 12,000/0.1 = R$ 120,000
c) R = 12000/95000 = 12.63%

Em tempo, se você tivesse comprado uma anuidade para a sua esposa por 35 anos teria pago ligeiramente mais barato, mas a teria deixado desprotegida caso ela vivesse mais do que 35 anos (faça as contas – é uma anuidade com 35 períodos!).

Exemplo 2.10.
Um milionário quer fazer uma doação para uma universidade. A taxa de juros é 15% ao ano, e ele quer contribuir com R$ 500,000 por ano. Quanto ele deve reservar para este propósito?
Solução
Aqui C = 500,000 e r =0.15. Logo, PV = 500000/0.15 = R$ 3,333,333 é o valor que ele tem que reservar para a doação à universidade.

Relação entre o PV de uma Anuidade e uma Perpetuidade

Existe um argumento financeiro para demonstrar a expressão (2.9).

O que é uma anuidade que paga R$ C nos instantes 1, 2, 3, ...n? Ela pode ser pensada como a diferença entre uma perpetuidade que paga R$ C a partir do instante inicial e uma outra perpetuidade que paga a mesma quantia a partir do instante n +1.

O PV da anuidade será então a diferença entre os PVs das duas perpetuidades. E qual o valor atual da perpetuidade que se inicia no instante n + 1? Lá no instante n +1, ela terá valor presente C/r. Logo, é uma questão de trazer para hoje este valor presente, e assim o valor presente da perpetuidade que começa no instante n+1 é:

$$(C/r)\left\{\frac{1}{(1+r)^n}\right\} = \frac{C}{r}\left\{\frac{1}{(1+r)^n}\right\}$$

Logo, o PV da anuidade é:

$$PV = \frac{C}{r} - \frac{C}{r}\left\{\frac{1}{(1+r)^n}\right\} = \frac{C}{r}\left\{1 - \frac{1}{(1+r)^n}\right\}$$, que é exatamente a expressão (2.9).

Perpetuidade Crescente

Considere uma perpetuidade, mas imagine que o fluxo de pagamentos cresce a uma taxa g por ano. Ou seja,

instante	0	1	2	3	4	.....	n	.....
		C	C(1+g)	C(1+g)^2	C(1+g)^3	.....	C(1+g)^(n-1)	.....

Note que **não há um pagamento final** (pois estamos tratando de uma perpetuidade)!

Qual o PV deste fluxo?

$$PV = \frac{C}{(1+r)} + \frac{C(1+g)}{(1+r)^2} + \frac{C(1+g)^2}{(1+r)^3} + \ldots + \frac{C(1+g)^{n-1}}{(1+r)^n} + \ldots =$$

$$= \frac{C}{(1+r)}\left\{1 + \frac{(1+g)}{(1+r)} + \frac{(1+g)^2}{(1+r)^2} + \ldots.\right\} = \frac{C}{(1+r)}\left\{\frac{1}{1-\frac{1+g}{1+r}}\right\} = \frac{C}{(1+r)}\left\{\frac{1+r}{r-g}\right\} = \frac{C}{r-g}$$

Esta série converge desde que (1+g)/(1+r) < 1, ou seja, desde que g < r.

Exemplo 2.11.
Uma empresa está prestes a pagar agora dividendos de R$5.00 por ação. Os investidores esperam que os dividendos cresçam a uma taxa de 5% ao ano para sempre. A taxa de juros é 10% ao ano. Qual o preço da ação agora?
Solução
Devemos escrever o fluxo de caixa e calcular o seu PV para chegar ao preço justo da ação. Note que o preço da ação NÃO É apenas o PV da perpetuidade crescente. Por que? Neste caso existe um pagamento sendo recebido AGORA (instante zero) enquanto na fórmula da perpetuidade o primeiro pagamento é recebido no instante 1. Logo, o valor de C não é R$ 5 (valor de agora) e sim R$ 5 de hoje acrescidos de 5%:

C = 5(1+5%) = 5(1.005)=5.25

Ou seja, neste caso o fluxo de pagamentos é:

Instante 0 (hoje) + R$ 5.00
Instante 1: 5(1+5%)/(1+10%)
Instante 2: $5(1+5\%)^2/(1+10\%)^2$
.....

A perpetuidade crescente só começa, na verdade, no instante 1.

O PV deste fluxo (ou seja, o valor justo da ação) é:

$$PV = 5 + \frac{5.25}{0.10 - 0.05} = R\$110$$

Períodos de Composição

Até agora supusemos que os fluxos de caixa recebidos ou pagos ocorrem uma vez ao ano apenas. Na França e na Alemanha, a maioria das empresas paga anualmente os juros das suas obrigações, enquanto nos EUA e Grã-Bretanha os pagamentos são semestrais. Vamos começar a examinar os efeitos do aumento do período de composição.

Um exemplo típico é a caderneta de poupança, que paga juros de 6% a.a. compostos mensalmente. Será que isso equivale exatamente a 6% ao ano? Qual o efeito da composição mensal sobre o valor recebido?

Vamos começar com um exemplo mais simples. Um banco remunera um depósito à taxa de 10% a.a. composta semestralmente. O que isso significa? Se aplicarmos R$ 1000 no banco, ao final dos primeiros seis meses iremos receber R$ 1050 e, no final de um ano, receberemos R$ 1050*(1+0.05) = R$ 1102.50. Logo, a nossa riqueza ao final de um ano é maior do que os R$ 1100 que receberíamos se os 10% de juros fossem compostos anualmente. Neste caso, os 10% compostos semestralmente equivalem a 10.25% compostos anualmente.

E se os 10% fossem compostos trimestralmente?

Se a aplicação inicial fosse de R$ 1000, ao final do 1º. trimestre receberíamos:

$$1000\left(1+\frac{0.10}{4}\right)=1025$$

Ao final do 2º. trimestre, o valor acumulado seria:

$$1025\left(1+\frac{0.10}{4}\right)=1050.625$$

Ao final do 3º. trimestre:

$$1050.625\left(1+\frac{0.10}{4}\right)=1076.89$$

E, ao final do 1º. ano teríamos: $1076.89\left(1+\frac{0.10}{4}\right)=1103.81$

Logo, a taxa de 10% a.a. composta trimestralmente equivale a 10.381% composta anualmente.

De uma forma geral, a composição de um investimento de R$ C m vezes ao ano à taxa r gera, ao final de um ano:

$$C\left(1+\frac{r}{m}\right)^m \qquad (2.13)$$

onde C é o investimento inicial, r é a **taxa cotada anual de juros** ou **taxa percentual anual** (isto é, a taxa que não leva em conta a freqüência de composição).

A **taxa anual efetiva** ou rendimento anual efetivo (ou taxa de juros composta anual equivalente) é a taxa de retorno do investimento, por exemplo, 10.381% no exemplo anterior, no qual a taxa cotada de juros é 10% e a composição é trimestral.

A **taxa anual efetiva** é dada por:

$$\left(1+\frac{r}{m}\right)^{m}-1 \tag{2.14}$$

Por causa do processo de composição, a taxa anual efetiva é maior que a taxa cotada anual.

Em termos mais precisos, abaixo estão as definições de taxa efetiva e taxa nominal (ou taxa cotada) de acordo com o livro “Matemática Financeira”, de Abelardo de Lima Puccini:

Taxa efetiva – É aquela em que a unidade de referência de seu tempo coincide com a unidade de tempo dos períodos de capitalização. Assim, são taxas efetivas: 3% ao mês, capitalizados mensalmente; 4% ao mês, capitalizados mensalmente, e assim por diante.

Taxa nominal – É aquela em que a unidade de referência de seu tempo não coincide com a unidade de tempo dos períodos de capitalização. A taxa nominal é quase sempre fornecida em termos anuais e os períodos de capitalização podem ser semestrais trimestrais ou mensais. Exemplos de taxas nominais: 12% ao ano, capitalizados mensalmente; 24% ao ano, capitalizados mensalmente.

Os resultados anteriores pode ser estendido para vários anos.

Suponha que temos um investimento por n anos a uma taxa de juros r composta m vezes ao ano. Quanto dinheiro vamos receber se aplicarmos R$ C por todo o período e reinvestirmos cada parcela recebida? A resposta é:

$$C\left(1+\frac{r}{m}\right)^{m.n} \tag{2.15}$$

Exemplo 2.12.
Qual a taxa anual efetiva da caderneta de poupança, que paga 6% a.a. compostos mensalmente.

A taxa é apenas:

$$\left(1+\frac{r}{m}\right)^m - 1 = \left(1+\frac{0.06}{12}\right)^{12} - 1 = 6.168\%$$

Capitalização Contínua

O que acontece quando o número de períodos de composição aumenta indefinidamente? Em termos matemáticos, qual é o limite:

$\lim\left(1+\dfrac{r}{m}\right)^m$ quando m tende a infinito?

Do cálculo, pode-se provar que este limite é exp(r). Logo, por (2.15), após n anos iremos receber R$ C.exp(r.n).

Logo, O valor futuro (após um ano) de R$ C aplicados hoje à taxa r composta continuamente é:

$$FV = C.e^r$$

O valor futuro após n anos, com taxa r e capitalização contínua é:

$$FV = C.e^{r.n} \tag{2.16}$$

Podemos descontar (2.16) e encontrar o valor presente de um fluxo FV recebido em n anos com taxa r e capitalização contínua:

$$PV = \frac{FV}{e^{r.n}} = FV.e^{-rn}$$

Para que usar isso? Simplifica muitíssimo as contas em modelos sofisticados e é uma boa aproximação quando o dinheiro é reinvestido diariamente. Estas duas expressões usando capitalização contínua aparecem inúmeras vezes nas fórmulas de precificação de opções, e na análise de Black e Scholes supõe-se juros continuamente compostos.

Também, é muitas vezes razoável supor que um fluxo de caixa se distribui uniformemente ao longo do tempo, e neste caso o uso da capitalização contínua é bastante natural e intuitivo.

Na verdade, quando olhamos pela primeira vez para modelos envolvendo preços de ativos financeiros, em que as taxas exp(r.n) e exp(-r.n) aparecem, tudo é muito estranho. Qual a idéia por trás disso? É apenas um caso limite de juros compostos que, por sua vez, são apenas uma progressão geométrica.

Exemplo 2.13. (Efeito do período de composição)

A próxima tabela exibe algumas taxas de juros anuais e número de períodos por ano em que os juros são creditados.

TAXAS DE JUROS EQUIVALENTES

r = taxa anual

p = número de período em que os juros serão computados

	continuamente	mensal	2 meses	3 meses	6 meses	9 meses	anualmente
6.00%	6.18%	6.17%	6.15%	6.14%	6.09%	6.04%	6.00%
10.00%	10.52%	10.47%	10.43%	10.38%	10.25%	10.12%	10.00%
15.00%	16.18%	16.08%	15.97%	15.87%	15.56%	15.27%	15.00%
20.00%	22.14%	21.94%	21.74%	21.55%	21.00%	20.48%	20.00%
25.00%	28.40%	28.07%	27.75%	27.44%	26.56%	25.75%	25.00%

Note que a taxa anual de 6.00% equivale a 6.09% quando os juros são computados semestralmente. Esta mesma taxa equivale a 6.17 % anuais se os juros são computados mensalmente. Como passar de uma taxa para outra? Faça $(1 + r/m)^m = (1 + i)$ onde r é a taxa cotada anual, m é o número de períodos em que os juros são computados e i é a taxa efetiva anual equivalente à r. Por exemplo, a taxa trimestral equivalente a 15% ao ano é encontrada através de:

$$\left(1+\frac{0.15}{4}\right)^4 = 1+i \Rightarrow (1+i) = (1.0375)^4 = 1.15865 \Rightarrow i = 15.865\%$$

O ponto fundamental ao trabalhar com valores financeiros é: lembre-se que o valor de R$ 10 hoje não é o mesmo que daqui a 1 ano, e por isso é importante colocar todas as quantias que estão sendo consideradas “na mesma base”, ou seja, no mesmo instante de tempo.

A escolha de qual será o instante de tempo em que iremos olhar para o dinheiro é, até certo ponto, irrelevante, e geralmente ao comparar dois valores (ou fluxos de caixa, fluxos de dinheiro) escolhe-se o instante atual, e calcula-se o valor presente (ou valor atual, PV) dos fluxos.

Exemplo 2.14.
Uma pessoa planeja se aposentar daqui a 20 anos e decide colocar uma quantia x no banco pelos próximos 240 meses de tal forma que, após este período, ela poderá retirar R$ 1000

por mês pelos 360 meses subseqüentes. Supondo uma taxa de juros de 6% ao ano computados mensalmente, qual o valor de x que deverá ser poupado a cada mês?

Solução

A taxa de juros mensal é r = 6%/12 = 0.5% . O primeiro passo é calcular o valor presente da quantia a ser poupada nos próximos 240 meses, que é:

$$x + x\left(\frac{1}{1+r}\right) + x\left(\frac{1}{1+r}\right)^2 + \ldots\ldots + x\left(\frac{1}{1+r}\right)^{239} = x\left\{1 + \left(\frac{1}{1+r}\right) + \ldots\ldots + \left(\frac{1}{1+r}\right)^{239}\right\} = x\left\{\frac{1-\left(\frac{1}{1+r}\right)^{240}}{1-\left(\frac{1}{1+r}\right)}\right\}$$

O valor presente da quantia a ser resgatada nos meses 240, 241, ..., 599 é:

$$1000\left(\frac{1}{1+r}\right)^{240} + 1000\left(\frac{1}{1+r}\right)^{241} + \ldots\ldots + 1000\left(\frac{1}{1+r}\right)^{599} = 1000\left(\frac{1}{1+r}\right)^{240}\left\{1 + \left(\frac{1}{1+r}\right) + \ldots\ldots + \left(\frac{1}{1+r}\right)^{359}\right\}$$

Obviamente estes dois valores atuais devem ser iguais, e assim:

$$x\left\{\frac{1-\left(\frac{1}{1+r}\right)^{240}}{1-\left(\frac{1}{1+r}\right)}\right\} = 1000\left(\frac{1}{1+r}\right)^{240}\left\{\frac{1-\left(\frac{1}{1+r}\right)^{360}}{1-\left(\frac{1}{1+r}\right)}\right\}$$

$$= 1000\left(\frac{1}{1+r}\right)^{240}\left\{\frac{1-\left(\frac{1}{1+r}\right)^{360}}{1-\left(\frac{1}{1+r}\right)}\right\}$$

Resolvendo algebricamente com r = 0.5% leva a x = R$ 360,99.

Exemplo 2.15. (TIR = Taxa Interna de Retorno)

A taxa interna de retorno de um investimento é a taxa de juros que torna o valor atual do fluxo de caixa igual ao pagamento inicial.

Em outras palavras, a taxa interna de retorno (TIR, ou IRR) é a taxa de juros que fará com que o valor presente dos fluxos de caixa gerados pelo investimento seja igual ao preço (ou custo) inicial do investimento.

É mais fácil entender isso com um exemplo. Suponha que você compra um título hoje por R$ 100, com a promessa de receber R$ 60 daqui a um ano e R$ 60 daqui a dois anos. Qual a taxa interna de retorno (em inglês, “internal rate of return” ou “yield”) deste título?

Precisamos achar r (a taxa de juros) tal que:

$$100 = \frac{60}{1+r} + \frac{60}{(1+r)^2}$$

Seja x = 1/(1 + r). A equação acima é, em termos de x:

$$100 = 60x + 60x^2 \Rightarrow 60x^2 + 60x - 100 = 0$$

Como x > 0 segue que: x ≅ 0.8844 e então r = 13.1% (verifique).

Se agora o título paga R$ 60 daqui a 1 ano, 2 anos, 3 anos, ..., n anos, a taxa interna de retorno é encontrada através da equação:

$$100 = \frac{60}{1+r} + \frac{60}{(1+r)^2} + ... + \frac{60}{(1+r)^n} = 60x + 60x^2 + ... + 60x^n$$

Esta é uma equação de grau n que deve ser resolvida (em geral numericamente) para x. Note que o Excel tem uma função para a TIR, e você precisa dar uma estimativa inicial para a taxa para que o algoritmo convirja e o programa encontre a solução.

A extensão destes argumentos para um título que paga valores diferentes a cada período é trivial. Suponha que você paga hoje R$ c por um título, e irá receber b_1, b_2, ..., b_n ao final dos períodos 1, 2, ..., n. Então, o “yield” deste título é o valor r > -1 tal que:

$$c = \frac{b_1}{1+r} + \frac{b_2}{(1+r)^2} + ... + \frac{b_n}{(1+r)^n} \Leftrightarrow -c + \sum_{j=1}^{n} \frac{b_j}{(1+r)^j} = 0 \qquad (2.17)$$

O valor de r encontrado é único se b_1, b_2, ..., $b_n \geq 0$ e c > 0. Mas, se os sinais de um ou mais dos b_j ´s forem negativos, pode não existir solução única, o que é problemático!

Encontrar a TIR é um procedimento iterativo, ou seja, a equação (2.17) tem, na maioria dos casos práticos, que ser resolvida numericamente.

O tipo mais simples de título que se pode construir é o “**zero-coupon bond**” , em que existe apenas um pagamento, no final do período. Para este título a determinação do “yield” é trivial, e a vantagem destes “zero-coupon bonds” é que títulos mais complicados podem ser encarados como somas de zero-coupons.

Num “zero coupon bond” investe-se hoje uma quantia x esperando receber uma quantia y daqui a n períodos. A taxa interna de retorno deste título é o valor r que satisfaz:

$$y = x(1+r)^n$$

Exemplo 2.16.
Qual deve ser o preço justo de um título que pagará R$ 100,000 daqui a 6 meses sabendo que a taxa de juros atual é de 10% ao ano?
Solução
A taxa de 10% ao ano equivale a 5% em 6 meses. O valor "justo" do título é x tal que:

$$100000 = x(1+0.05)^1 \Rightarrow x = \frac{100000}{1.05} = \text{R\$ } 95.238{,}10$$

Exemplo 2.17.
Um investimento tem o seguinte fluxo de caixa:

Instante	Valor
0	-5000
1	500
2	800
3	1200
4	1500
5	1000
6	1000

Qual a TIR deste projeto?
Solução
Você tem que resolver para r a seguinte equação:

$$5000 = \frac{500}{(1+r)} + \frac{800}{(1+r)^2} + \frac{1200}{(1+r)^3} + \frac{1500}{(1+r)^4} + \frac{1000}{(1+r)^5} + \frac{1000}{(1+r)^6}$$

Pelo Excel, usando a função TIR, a solução é 5.013%.

Vamos fazer uma brincadeira.... Como será que a TIR varia quando a gente muda estes fluxos? Ou seja, vamos fazer uma análise de sensibilidade. Especificamente, eu quero calcular a TIR agora mudando os dois últimos pagamentos para 900, 950, 1000, 1050, 1100, ou seja, vou ter uma matriz 5 por 5 cujas células são as diversas TIR. Os resultados estão na próxima tabela.

instante 5 → instante 6 ↓	900	950	1000	1050	1100
900	4.12%	4.35%	4.58%	4.81%	5.03%
950	4.34%	4.57%	4.80%	5.02%	5.25%
1000	4.56%	4.79%	5.01%	5.24%	5.46%
1050	4.78%	5.00%	5.22%	5.44%	5.66%
1100	4.99%	5.21%	5.43%	5.65%	5.87%

Se acreditarmos que nos instantes 5 e 6 nos fluxos jamais serão inferiores a 900, então a TIR do nosso projeto nunca será menor que 4.12%.

Você já pensou se fizéssemos uma análise ainda mais sofisticada e colocássemos uma distribuição de probabilidade para os fluxos em cada instante? A gente poderia então ter um conjunto de TIRs simuladas!

Suponha agora que a taxa de juros é 5% e você quer saber quanto pagaria pelo projeto que iria gerar os fluxos de caixa descritos anteriormente para os instantes 1 a 6. Ou seja, para determinar o preço justo do projeto você precisa calcular o PV dos fluxos dos instantes 1 a 6 usando a taxa de 5%.

$$PV = \frac{500}{(1.05)} + \frac{800}{(1.05)^2} + \frac{1200}{(1.05)^3} + \frac{1500}{(1.05)^4} + \frac{1000}{(1.05)^5} + \frac{1000}{(1.05)^6} = 5002.21$$

Ou seja, como a taxa (5%) é ligeiramente inferior à TIR (5.013%), o valor justo do projeto é ligeiramente superior ao valor pago por nós (R$ 5000).

Para ganharmos sensibilidade, exibimos a seguir uma pequena tabela com os preços justos deste projeto em função da taxa de juros r. Note que, quanto maior a taxa, menor o PV, isto é, menor o valor a ser pago pelo projeto.

Taxa	PV
3%	5,370.51
4%	5,181.66
5%	5,002.21
6%	4,831.60
7%	4,669.27
8%	4,514.73
9%	4,367.52
10%	4,227.20
11%	4,093.37

Nota: no Excel não podemos usar diretamente a função VP para calcular o valor presente deste fluxo, pois esta função supõe que todos os pagamentos são iguais, o que não ocorre neste exemplo.

Taxas de Juros Reais e Nominais

Eu tenho R$ 10,000 para aplicar num banco e o gerente me oferece um CDB de 1 ano que me paga 20% ao ano. Este é ou não um bom negócio?

A resposta é: depende! Depende do que? Do poder de compra dos meus R$ 12,000 daqui a um ano, ou seja, depende da inflação neste período.

Por exemplo, existem duas situações bem distintas:

- Se a inflação nos próximos 12 meses for de 10%, então o meu CDB foi um ótimo negócio, pois os meus R$12,000 daqui a 12 meses valem mais que os meus R$ 10,000 hoje, ou seja, a **taxa de juros real** do meu CDB foi positiva.

- Se, ao contrário, a inflação nos próximos 12 meses for de 50%, eu "entrei pelo cano", pois em termos reais perdi dinheiro, os meus R$12,000 daqui a 12 meses valem **menos** que os meus R$ 10,000 hoje, ou seja, a **taxa de juros real** do meu CDB foi **negativa**.

Note que, em ambos os casos, a **taxa de juros nominal** do CDB é a mesma, 20% a.a.

Como calcular a taxa de juros real?

$$1 + r_{nominal} = (1 + r_{real})(1 + i)$$

Onde i indica a taxa de inflação, $r_{nominal}$ é a taxa de juros nominal e r_{real} é a taxa de juros real. Rearranjando os termos nesta última expressão leva a:

$$1 + r_{real} = \frac{1 + r_{nominal}}{1 + i} \Leftrightarrow r_{real} = \frac{1 + r_{nominal}}{1 + i} - 1$$

Exemplo 2.18.
Se a taxa de inflação é 3%, e a taxa de juros nominal é 4%, qual a taxa de juros real?
Solução

$$r_{real} = \frac{1 + 0.04}{1 + 0.03} - 1 = \frac{1.04}{1.03} - 1 = 0.971\%$$

e não 1% como uma conta simplificada (4% - 3%) poderia indicar!

Obviamente, a taxa de juros real será negativa quando a taxa de juros nominal for menor que a inflação do período. E isso acontece na prática? Sim, e às vezes como política de governo. Por exemplo, há algum tempo o governo japonês vem mantendo as taxas de juros reais da economia negativas para desestimular a poupança e estimular o consumo, com o objetivo de "dar um gás" na economia. De maneira geral, quando é necessário estimular a economia, os governos tendem a reduzir a taxa básica de juros, o que por vezes leva a taxas reais negativas, como no caso japonês e, mais recentemente, no caso dos EUA, onde a taxa básica da economia se encontra no menor nível em 40 anos.

E como garantir que a taxa de juros real que você vai receber no CDB que comprou do banco é positiva?
Você não consegue garantir! Na verdade, ninguém consegue, pois ninguém consegue prever qual será a inflação ao longo dos próximos 12 meses (nem aqui nem em qualquer país do mundo!).

E o que você faz então? No fundo está assumindo um risco! Que risco? O risco de estar pré-fixado, isto é, o risco de saber a priori o quanto o seu dinheiro vai render (20%) e não saber o quanto a inflação poderá ser, e daqui a um ano o seu dinheiro ter perdido poder de compra.

Logo, por mais segura que seja a sua aplicação financeira, SEMPRE EXISTE RISCO!

Voltando ainda à questão do que fazer com os seus R$10,000 pelos próximos 12 meses, a idéia de estar pré-fixado num CDB pode não ser uma má idéia. Por que? E se você tiver boas razões para acreditar que a inflação pode descer ao longo dos próximos meses? Você poderia estar garantindo hoje uma ótima taxa anual, que você talvez não conseguisse para o seu dinheiro na próxima semana, quando todo mundo começasse a acreditar que a inflação poderia começar a recuar.

E se você acreditasse que estar pré-fixado e “preso” num CDB pelos próximos 12 meses seria muito risco, o que poderia ser aceitável para você? Comprar um título pós-fixado, que acompanhasse a variação dos juros diariamente ou então a variação da inflação. Desta forma você poderia ter certeza que não deveria estar se afastando “muito” da inflação do período (existem algumas sutilezas no cálculo do preço destes títulos, a chamada “marcação a mercado”, mas isso já é uma estória mais complicada).

Enfim, você já deve ter notado a esta altura que qualquer decisão de investimento, seja num nível pessoal ou empresarial, é cheia de riscos, e estes precisam ser medidos, contabilizados e avaliados para que uma decisão “correta” seja tomada. Preste atenção que eu escrevi decisão “correta” entre aspas. Por que? Existem tantas variáveis a estimar, tantas incerteza que, no fundo, não podemos estar absolutamente certos de estarmos tomando a (única) decisão correta, mas apenas a decisão correta com as informações de que dispomos.

Exemplo 2.19. (Um “zero-coupom” bond à brasileira)
Uma LTN (Letra do Tesouro Nacional) é um exemplo clássico de um “zero coupom bons”(bônus de coupom zero). A LTN é um título pré-fixado, emitido pelo Tesouro Nacional, cujo valor final é R$ 1000 numa data futura, geralmente daqui a 180 ou 360 dias.

O preço pelo qual a LTN é comprada hoje reflete a taxa de juros no período até o vencimento.

Como exemplo, apresentamos a seguir o resultado de alguns leilões realizados no início de 2002 para LTNs de 6 e 12 meses. As LTNs de 3 e 18 meses não foram negociadas no período.

	LTN 6 MESES					
	Volume Ofertado (em mil títulos)	***Volume Vendido (em mil títulos)***	***Valor Financeiro Arrecadado (em R$ milhões)***	***Rentabilidade Média (ao ano)***	***Rentabilidade Máxima (ao ano)***	***Prazo (em dias)***
08/jan/2002	2,000	2,000	1,809	19.10%	19.12%	210
15/jan/2002	2,000	2,000	1,809	19.79%	19.82%	203
22/jan/2002	2,000	2,000	1,818	19.47%	19.53%	195
29/jan/2002	2,000	2,000	1,797	19.75%	19.80%	217
05/fev/2002	3,000	3,000	2,702	19.97%	19.98%	210
14/fev/2002	1,500	1,500	1,359	19.40%	19.43%	201
19/fev/2002	2,000	2,000	1,758	19.58%	19.65%	259
26/fev/2002	2,000	2,000	1,770	19.01%	19.04%	252
05/mar/2002	2,000	2,000	1,780	18.66%	18.70%	245
12/mar/2002	2,000	2,000	1,788	18.46%	18.49%	238
19/mar/2002	1,500	1,500	1,346	18.29%	18.30%	231
26/mar/2002	1,500	1,500	1,350	18.54%	18.56%	224

Note (na próxima tabela) que:

- Nem sempre o Tesuro oferece os títulos (por exemplo não ofereceu LTNs de 12 meses em 14 e 19 de fevereiro de 2002);
- Nem sempre existe demanda para todos os títulos ofertados), por exemplo, no primeiro leilão de 2002 para as LTNs de 12 meses).

	LTN 12 MESES					
	Volume Ofertado (em mil títulos)	***Volume Vendido (em mil títulos)***	***Valor Financeiro Arrecadado (em R$ milhões)***	**Rentabilidade Média (ao ano)**	***Rentabilidade Máxima (ao ano)***	***Prazo (em dias)***
08/jan/2002	1,000	922	733	20.45%	20.60%	448
15/jan/2002	500	500	394	21.72%	21.90%	441
22/jan/2002	300	300	239	20.97%	20.98%	434
29/jan/2002	500	500	399	21.21%	21.34%	427
05/fev/2002	300	300	239	21.83%	22.05%	420
14/fev/2002						
19/fev/2002						
26/fev/2002	500	500	410	19.87%	19.87%	399
05/mar/2002	500	500	414	19.19%	19.21%	392
12/mar/2002	500	500	416	18.88%	18.88%	385
19/mar/2002	1,000	1,000	837	18.65%	18.68%	378
26/mar/2002	500	500	419	18.88%	18.91%	371

Material Adicional para Leitura

- Ross, Westerfield e Jaffe (2002) – Administração Financeira – capítulo 3.
- Fabbozzi, F. J. (2000) – Mercado, análise e estratégia de bônus: títulos de renda fixa – tradução da 3ª. edição americana, Qualitymark editora.
- Fortuna, E. (2002) -Mercado Financeiro – Produtos e Serviços,Qualitymark editora.

Algumas Funções Financeiras no Excel

Função	Argumentos
VP = Valor Presente	(taxa, número de períodos, pagamento, valor futuro ou saldo em dinheiro, tipo (valor lógico))
VF = valor Futuro	(taxa, número de períodos, pagamento, valor presente, tipo (valor lógico))
TIR = taxa interna de retorno	(valores, estimativa = valor próximo do que se imagina para a TIR, serve como “chute” inicial)

Surfando na internet

European Financial Management Association - http://www.efmaefm.org

http://www.ftkfinance.com/courses/corp_finance.html

Página de um curso de Finanças na Universidade de Illinois:
http://www.cba.uiuc.edu/finance/coursewb.htm

Site do Prof. Damodaran: http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/